

Grupos de Lie

DATOS GENERALES DE LA ASIGNATURA			
Nombre: Grupos de Lie			
Clave:	Carácter: asignatura optativa	Área: Matemáticas	Créditos: 12
Lugar: Unidad Centro		Fecha de elaboración: octubre de 2015	

UBICACIÓN Y SERIACIÓN DE LA ASIGNATURA		
Total de Horas: 135	Horas / Semana: 4 hrs. Teoría 4 hrs. Lab.	Semestre:
Asignaturas Anteriores:		

PERFIL ACADÉMICO PARA EL RESPONSABLE DE LA ASIGNATURA
El señalado en la reglamentación universitaria para los programas de posgrado.

OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA
Objetivo general. Estudiar las propiedades básicas de los grupos de Lie y de sus álgebras de Lie. Objetivos específicos: 1.- Familiarizar estudiantes con la noción de álgebras de Lie 2.- Estudiar las estructuras de los grupos de Lie que se pueden deducir a partir del estudio de álgebras de Lie 3.- Estudiar acciones de grupo de Lie y la noción de representaciones y su clasificación.

Temario
1.- Preliminares de Geometría Diferencial 1.1 Variedades Suaves y Analíticas 1.2 Funciones diferenciables. (Inmersiones, submersiones y encajes) 1.3 Subvariedades. Teorema del rango constante 1.4 Haces tangentes y Co-tangentes 1.5 Corchete de Lie. Álgebras de Lie de campos vectoriales 1.6 Campos vectoriales completos y grupos uno-paramétricos 1.7 Distribuciones Integrales. Teorema de Frobenius

2 Grupos de Lie: definiciones básicas

- 2.1 Grupos de Lie, subgrupos de Lie y grupos cociente
- 2.2 Homeomorfismos
- 2.3 Grupos de Lie clásicos
- 2.4 Nociones básicas de acciones de grupos de Lie
- 2.5 Orbitas y espacios homogéneos
- 2.6 Acciones por derecha, por izquierda adjunta y coadjunta
- 2.7 Grupos de Lie compactos

3. Algebras de Lie y grupos de Lie

- 3.1 Identidad de Jacobi y definición de álgebra de Lie. Ejemplos
- 3.2 Subalgebras, ideales y centro. La forma de Killing
- 3.3 Simple and semisimple Lie algebras. Criterio de Cartan
- 3.4 Campos vectoriales invariantes por la izquierda (derecha) y subgrupos uniparamétricos
- 3.5 La función exponencial y su diferencial
- 3.6 Formula de Campbell-Hausdorff
- 3.7 Teoremas Fundamentales de Lie

4. Representaciones de grupos de Lie y algebras de Lie

- 4.1 Definiciones básicas
- 4.2 Operaciones y representaciones
- 4.3 Representaciones irreducibles
- 4.4 Lema de Schur
- 4.5 Representaciones Unitarias. Representaciones de grupos finitos
- 4.6 Medida de Haar de grupos de Lie compactos
- 4.7 Teorema de Peter-Weyl
- 4.8 Representaciones de $sl(2, \mathbb{C})$
- 4.9 Operador de Laplace esférico. El átomo de hidrogeno.

5. Acciones de grupos de Lie en variedades

- 5.1 Orbitas y estabilizadores
- 5.2 Acciones libres y propias.
- 5.3 Acciones Transitivos. Haces principales
- 5.4 Acciones Hamiltonianos.
- 5.5 Grupos de simetrías
- 5.6 Ejemplos

MODALIDAD DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

El curso es de tipo teórico-práctico, esto es, horas de clase específicas cuyo objetivo es cubrir la teoría, así como también, horas de trabajo enfocado a la realización de ejercicios que permitan entender y afianzar la teoría aprendida.

MODALIDAD DE EVALUACIÓN

La evaluación deberá incluir tareas, exámenes parciales y desarrollo de proyectos de investigación por parte del estudiante

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- **J.J. Duistermaat & J.A.C. Kolk** Lie groups, Universitext serie, Springer-Verlag, New York, 2000. ISBN 3-540-15293-8, cat prijs DM 79.
- **A. A. Kirillov**, Lectures on the orbit method, Graduate Studies in Mathematics, 64. Amer. Math., Soc., Providencia, RI, 2004

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- **Jeffrey M. Lee**, Manifolds and Differential Geometry,
- **F. Warner**, Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups, Springer-Verlag, Berlin, 1983
- **J.E.Marsden and T.S.Ratiu** Introduction to Mechanics and Symmetry, Springer, Second Eddition, 1999